

PRAWDOPODOBIENSTWO

U podstaw zagadnienia prawdopodobieństwa leży założenie, że działa jakiś mechanizm niepewności, powodując to, co nazywamy losowością, ale nie jest konieczne rozróżnienie między przypadkiem, który zachodzi, gdyż może istnieć jakiś ukryty porządek, a przypadkiem będącym wynikiem ślepego trafu. Ten mechanizm, mówiąc obrazowo, burzy następstwo zdarzeń, gdyż każde z nich jest nieprzewidywalne, lub po kryjomu stara się wygenerować nieprzewidywalny rezultat za każdym razem, gdy próbkowany jest duży zbiór możliwości.

Teoria prawdopodobieństwa ma nam zapewnić możliwość liczbowego opisu rezultatów. Przykłady jej zastosowania to suma zgonów z powodu spadającego młotka, wygrywający numer w loterii, cena akcji, a nawet odpowiedzi „tak” lub „nie” na pytanie, czy dziś pada deszcz (co można zakwalifikować jako zero dla „nie” i jeden dla „tak”). Zestaw zdarzeń, których rezultaty są podyktowane przez przypadek, nazywamy *przestrzenią zdarzeń elementarnych*, i może on zawierać coś tak prostego jak dwa elementy, orzeł lub reszka przy rzucie monetą, albo bardziej złożonego, jak osiem razy po trzy orły lub cena stu różnych akcji giełdowych na koniec każdego miesiąca. Słowo „rezultat” można zastąpić innymi terminami, takimi jak „obserwacja”, „wystąpienie”, „eksperyment” lub „próba”, ale we wszystkich przypadkach zakłada się, że ów eksperyment, obserwacja czy cokolwiek innego mogą być powtarzane w identycznych warunkach tyle razy, ile trzeba, choć rezultat jest za każdym razem nieprzewidywalny. Na przykład w przypadku gier przyjmuje się, że karty są dokładnie potasowane, a kule wymieszane w bębnie maszyny losującej są wybierane przez odpowiednik hostessy z zakrytymi oczyma. W innych sytuacjach, gdy mechanizm wyboru jest poza naszą kontrolą, zakłada się, że natura w dowolny sposób wybiera jeden z możliwych rezultatów. Nie ma znaczenia, czy myślimy o kolejnych rezultatach jako o pojedynczym eksperymencie powtarzanym wiele razy, czy o dużej próbie wielu eksperymentów przeprowadzanych jednocześnie. Jedna kostka rzucona trzy razy jest tym samym co trzy kostki rzucone jednocześnie.

Każdy możliwy rezultat w skończonej przestrzeni zdarzeń elementarnych jest nazywany *zdarzeniem elementarnym* i ma on przypisaną liczbę z zakresu od zera do jeden. Liczba ta jest *prawdopodobieństwem* zdarzenia i wskazuje możliwość, że zdarzenie dojdzie do skutku. Zero oznacza, że nie może się ono zdarzyć, a liczba jeden jest zarezerwowana dla tego, co zdarzy się na pewno. Interesujące przypadki leżą pomiędzy tymi skrajnościami.

Wyobraźmy sobie, że wykonywana jest duża, najlepiej nieograniczona liczba obserwacji i jakieś konkretne zdarzenie nieoczekiwanie od czasu do czasu dochodzi do skutku. Prawdopodobieństwo tego zdarzenia jest liczbą pomiędzy zerem a jednością, która wyraża stosunek pomiędzy konkretną liczbą wystąpień zdarzenia a całkowitą liczbą obserwacji. Jeśli przykładowo rzucamy monetą, orzeł i reszka mają przypisane prawdopodobieństwo $\frac{1}{2}$, jeśli tylko moneta jest idealnie wyważona. Dzieje się tak dlatego, że oczekujemy, iż orzeł lub reszka są jednakowo prawdopodobne, więc średnia liczba orłów lub reszek przy dużej liczbie rzutów będzie zbliżona do $\frac{1}{2}$.

Bardziej ogólne zdarzenia w przestrzeni zdarzeń elementarnych uzyskujemy, rozważając połączenie kilku zdarzeń elementarnych. Zdarzenie E (czasami oznaczane inną literą – A lub B) ma przypisane prawdopodobieństwo, podobnie jak w przypadku zdarzeń elementarnych. Na przykład liczba oczek w jednym rzucie kostką prowadzi nas do sześciu zdarzeń elementarnych – liczby oczek od jeden do sześciu na stronie, która jest widoczna. Zdarzenie E można określić w następujący sposób: „górną płaszczyznę pokazuje liczbę większą od czterech”, co jest połączeniem zdarzeń elementarnych „5 oczek” i „6 oczek” i w tym wypadku prawdopodobieństwo wyrzucenia „5 lub 6 oczek” wynosi $\frac{2}{6}$, czyli $\frac{1}{3}$.

Dwa zdarzenia, które reprezentują niepołączone ze sobą podzbiory przestrzeni zdarzeń elementarnych – podzbiory niemające żadnego punktu wspólnego – są określane jako *wzajemnie wykluczające się*. Jeśli A i B reprezentują wzajemnie wykluczające się zdarzenia, to „zachodzi zdarzenie A albo B ”, co zwykle oznacza się skrótem $A \cup B$, a *prawdopodobieństwo jest równe sumie pojedynczych prawdopodobieństw A i B* . Indywidualne